

3B İzometrik Şekil Eşleme

3D Isometric Shape Correspondence

Yusuf Sahillioğlu, Yücel Yemez

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
Koç Üniversitesi, İstanbul, Türkiye
{ysahillioğlu, yyemez}@ku.edu.tr

Özetçe

3B izometrik şekiller arasındaki eşleme problemini ele alıyoruz. Önerdiğimiz yöntem, verilen iki izometrik şekil arasındaki izometrik sapmayı enküçülten optimal eşlemeyi otomatik olarak bulabilmektedir. İzometri hatasını iki adımda eniyiliyoruz. İlk adımda, şekil yüzeylerinden örneklendi birörnek 3B noktalar kesel ilginlik bilgisine dayanarak spektral uzaya aktarılır. İlk eşleme spektral uzayda tam iki kısımlı bir çizge eşleştirme yöntemi kullanarak izometri hatasının polinom zamanda enküçültülmesiyle elde edilir. Elde edilen bu ilk eşleme ikinci adımda, geliştirdiğimiz döngülü fırsatçı bir algoritmayla izometri maliyetini 3B Öklit uzayda enküçülterek iyileştirilir. Yöntemimizi tam olarak ya da neredeyse izometrik şekil çiftleri üzerinde sınıyor ve başarımını gerçek eşleme bilgisine dayanarak veriyoruz.

Abstract

We address the problem of correspondence between 3D isometric shapes. We present an automatic method that finds the optimal correspondence between two given (nearly) isometric shapes by minimizing the amount of deviation from isometry. We optimize the isometry error in two steps. In the first step, the 3D points uniformly sampled from the shape surfaces are transformed into spectral domain based on geodesic affinity, where the isometry errors are minimized in polynomial time by complete bipartite graph matching. The second step of optimization, which is well-initialized by the resulting correspondence of the first step, explicitly minimizes the isometry cost via an iterative greedy algorithm in the original 3D Euclidean space. Our method is put to test using (nearly) isometric pairs of shapes and its performance is measured via ground-truth correspondence information when available.

1. Giriş

3B şekil eşleme, bilgisayarla görme ve bilgisayar grafiği alanlarının temel problemlerinden biri olup, verili iki şeklin yüzey noktaları arasında bir gönderim bulmayı amaçlar. 3B şekil eşlemenin çok sayıda uygulaması vardır; örneğin, örgü metamorfozu, örgü parametrisasyonu, şekil eşleme ve ardışık örgülerin analizi. Bu bildiride izometrik şekiller arasındaki eşleme problemini ele alıyoruz. İzometrik şekiller, eklemli bir nesnenin farklı pozları, bir insanın devinimini içeren örgü dizisi

ya da semantik olarak benzer ama farklı iki nesne (örneğin iki ayrı insan) gibi birçok farklı bağlamda karşımıza çıkabilirler.

Tam olarak izometrik iki şekil arasında uzaklıkları koruyan bir gönderim, yani bir izometri bulmak mümkündür; öyle ki, bir şekilden alınan herhangi iki nokta arasındaki kesel (*geodesic*) uzaklık, bu noktaların diğer şekildeki karşılıkları arasındaki kesel uzaklığa eşit olur. Ancak iki şekil arasında tam izometri, modelleme ve ayrıklaştırma hataları yüzünden elde edilmesi pek mümkün olmayan bir özelliktir. Bu yüzden mevcut izometrik eşleme yöntemleri daha ziyade izometri-den sapmayı enküçülten optimum gönderimi bulmayı hedeflerler. İzometri hatalarının, 3B Öklit uzayda hesaplanması ve enküçüklenmesi çok pahalı olduğundan [1], genel olarak uygulanan strateji şekilleri kesel uzaklıkların yaklaşık olarak Öklit uzaklıklarına karşılık geldiği ve böylelikle izometri hatalarının kolayca hesaplanabildiği başka bir gösterim uzayına gömerek dönüştürmektir [2], [3]-[6].

Öklit bir dönüşüm (*Euclidean embedding*) farklı şekillerde elde edilebilir. Jain ve diğerleri bunun için kesel ilginlik matrisine ana bileşenler analizi (PCA) uygulayarak elde ettikleri spektral dönüşümü kullanırken [4], Elad ve diğerleri poz ve bükülmeden bağımsız şekil imzaları üretilebilmek için çokboyutlu ölçekleme (*multidimensional scaling*) tekniğinden yararlanmışlardır [2]. Bu konuyla ilgili örnekler çoğaltılabilir; örneğin, dönüşüm uzayını Laplace-Beltrami işlecinin özışlevleri ile tanımlayan çalışma [3] ya da Möbius dönüşümü aracılığıyla şekilleri karmaşık düzlem üzerinde tanımlanmış ortak bir koordinat sistemine izdüştüren [6] çalışma. Carcassoni ve diğerleri, şekil eşleme problemini EM algoritması kullanarak çözdükleri çalışmalarında, spektral dönüşüm için standart Gauss yakınlık matrisi yerine, sigmoid yakınlık matrisi gibi alternatif yakınlık ağırlıklandırma matrisleri kullanmayı denemişlerdir [5]. Eşleştirme başarımını, yerel geometrik özelliklerden yararlanarak iyileştirmek mümkün olsa da [7], tüm bu gömme tabanlı yöntemlerin ortak sorunu, izometriden sapmaları gömüldükleri uzayda yaklaşık olarak ölçülebilmeleri ve dolayısıyla ancak yaklaşık çözümler sunabilmeleridir. Bu çalışmamızda, izometrik sapmayı özgün 3B Öklit uzayda enküçükleyerek optimum eşlemeyi bulabilen hızlı ve gürbüz bir yöntem öneriyoruz.

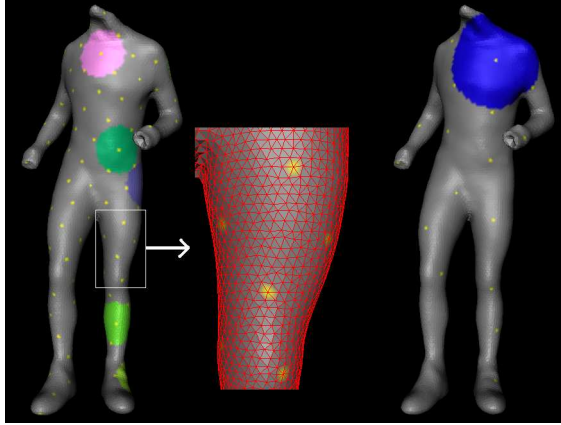
2. Problem Tanımı

3B şekil eşleme problemini bir yüzey eşleme problemi olarak ele alıyoruz. Bunun için öncelikle verili kaynak

ve hedef şekillerini yaklaşık olarak eşit alanlı yüzey yamalarına bölüyoruz. Şekillerin, tam (ya da hemen hemen) izometrik olduklarını ve üzerlerindeki kesel uzaklıkların hızlıca hesaplanabilecekleri örgü gösterimi biçiminde verildiklerini varsayıyoruz. [8] nolu çalışmada önerilen yöntemi kullanarak elde ettiğimiz yüzey yama kümelerini S ve T ile, her bir yamayı da merkezindeki taban düğüm ile temsil ediyoruz (Şekil 1). Bu durumda problem, yüzey yamaları, ya da başka bir deyişle, taban düğümleri arasındaki en iyi eşlemenin bulunmasına indirgenebilir. Bu en iyi eşlemenin, izometriden sapmayı nicemleyen ve aşağıda tanımladığımız maliyet işlevini enküçültmesi istenir:

$$D_{izo} = \frac{1}{|\xi|} \sum_{(s_i, t_k) \in \xi} \frac{\sum_{(s_j, t_l) \in \xi} |d(s_i, s_j) - d(t_k, t_l)|}{|\xi|} \quad (1)$$

Burada ξ , S ile T arasındaki eşlemeyi gösterirken, $d(.,.)$ iki yama, ya da iki taban düğüm arasındaki düzgeli kesel uzaklığı ifade eder. İzometri maliyetini iki adımda eniyilebiliriz. Birinci adım, taban düğümlerin kesel ilginlik bilgisi kullanılarak gömüldükleri spektral uzayda tam iki kısımlı çizge eşleştirilmesiyle ilk eşlemeyi hesaplarken, ikinci adım izometri maliyetini döngülü fırsatçı bir algoritma ile 3B Öklit uzayda enküçülterek eldeki eşlemeyi geliştirir.

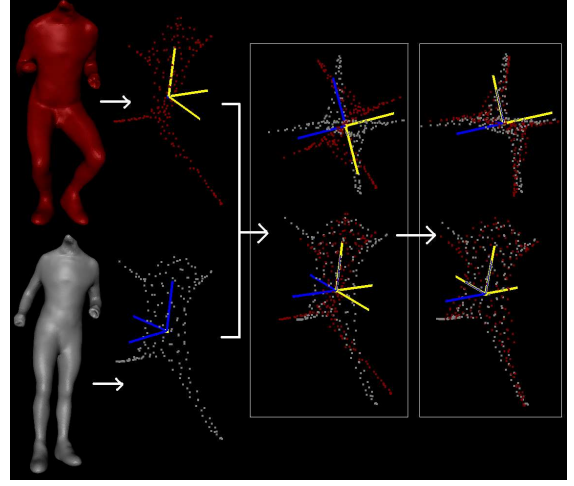


Şekil 1: (Solda) 16K düğümlü özgün örgü modeli ve üzerinde bulunan 184 adet (sarı renkli) taban düğümü, (ortada) bacak bölgesi üzerine yakınlaştırma, (sağda) yama yarıçapı r değerini değiştirerek elde edilen 48 adet taban düğümü.

3. Spektral Gömme ve Hizalama

İlk iş olarak, şekiller üzerinde olası tüm taban düğüm çiftleri arasındaki kesel uzaklıklar, taban düğümlerinden başlatılan Dijkstra'nın en kısa yollar algoritması ile hesaplanır. Bu uzaklıkların Gauss çekirdeğinden geçirilmiş hallerinden oluşan kesel ilginlik matrisi $A_{ij} = \exp(-d^2(i, j)/2)$ her iki taban düğüm kümesi S ve T için tanımlanır. Her bir taban düğümü daha sonra bu matrisin en büyük K tane özdeğeriyle ilişkili özvektörlerinin tanımladığı K -boyutlu spektral uzaya aktarılır [4]. Böylece Öklit uzaydaki kesel uzaklıklar, artık spektral uzaydaki koordinatlar arasındaki L_2 uzaklıkları ile yaklaşık olarak

hesaplanabilir. Özvektörlerin gelişigüzel olabilen işaretleri ve olası farklı sıralanışları nedeniyle Şekil 2'de özetlenen ek bir hizalama işlemi gereklidir. Bu işlem sırasında $K! \times 2^K$ farklı permütasyon denir ve en yakın nokta çiftleri arasındaki uzaklıklar toplamını enküçülten devşirim seçilir.



Şekil 2: İki şekil ve ana eksenleriyle beraber spektral gömmeleri (sol). İncelenen gelişigüzel bir permütasyon (sol kutu) ve seçilen en iyi permütasyon (sağ kutu). Her kutuda aynı şeklin iki farklı açıdan görünümü gösterilmektedir.

4. En İyi Eşlemenin Bulunması

En iyi eşleme iki adımda bulunur; önce spektral uzayda ilk eşleme ve sonrasında fırsatçı (*greedy*) eniyileme.

4.1. İlk Eşleme

İlk eşleme, tam iki kısımlı bir G çizgesi üzerinde aranan en küçük ağırlıklı bire bir eşleştirmeye elde edilir. G çizgesinin ayrışık düğüm kümeleri, kaynak ve hedef şekillerinin gömülü temel düğümleri olan \hat{S} ve \hat{T} ile belirlenirken, $c_{ij} = \|\hat{s}_i - \hat{t}_j\|$ ile ağırlıklandırılan kenarlar G 'yi tam iki kısımlı yapacak şekilde döşenir. En küçük ağırlıklı eşleştirmeyi, gömülü uzayda elde edilebilecek en küçük izometriden sapma maliyetini garanti eden Hungarian algoritması ile buluyoruz [9].

4.2. İzometri-güdümlü Fırsatçı Eniyileme

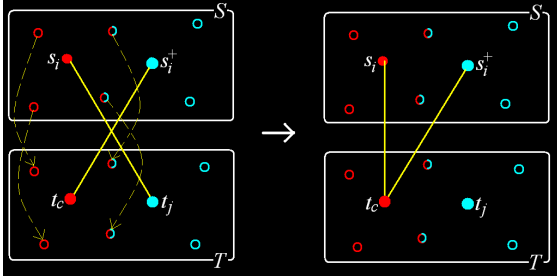
Öklit uzayında D_{izo} olarak tanımlanan izometri maliyetini (Eq. 1) enküçülten döngülü bir fırsatçı eniyileme algoritması geliştirdik. Fırsatçı eniyilemenin ilk döngüsü, spektral uzayda bulunmuş olan ilk eşleme ξ^0 ile başlar. Algoritma, her döngüde yürürlükteki ξ eşleme listesini baştan sona gezer, ve her bir eşleme çifti (s_i, t_j) için, yürürlükteki eşleme başka bir çift (s_i, t_c) ile güncellendiğinde toplam izometri maliyeti azalıyor bu değişikliği gerçekleştirir. Verilen yerel fırsatçı kararlar birikerek ξ 'yi her döngüde biraz daha iyileştirir. Döngü süreci ξ yakınsayana dek devam eder ve en sonunda D_{izo} 'nun en iyi değerine ulaşması beklenir.

Eldeki bir (s_i, t_j) eşleme çiftinin güncelleştirilmesine aday

(s_i, t_c) çifti, s_i 'nin komşu taban düğümlerinin hedef şekildeki eşlerinden toplanan oylar tarafından belirlenir. Hedef yüzeydeki bu eşlerin her biri, kendi komşu temel düğümlerine oy verir, ve en çok oy alan taban düğüm t_c , eğer aşağıdaki izometri maliyetini düşürürse, t_j 'nin yerini alır:

$$v_{izo}(s_i|t_k) = \frac{1}{|\mathcal{S}|} \sum_{(s_j, t_l) \in \mathcal{S}} |d(s_i, s_j) - d(t_k, t_l)| \quad (2)$$

öyle ki $(s_i, t_k) \in \mathcal{S}$. Başka bir deyişle, $v_{izo}(s_i|t_c) < v_{izo}(s_i|t_j)$ durumunda t_c, t_j 'nin yerine konur. *Oylama* olarak adlandırdığımız bu işlem Şekil 3'de bir örnek durum üzerinde anlatılmaktadır.



Şekil 3: Her bir taban düğümünün (içi dolu daireler) dört komşusu (içi boş daireler) vardır ve (s_i, t_c) gerçek eşlemeyi belirtmektedir. Eşleme (s_i, t_j) incelenirken, *Oylama* işlemi s_i 'nin taban komşularının eşlerinden (oklarla belirtilmiş) komşularına oy vermelerini ister. En çok oy alan taban düğüm t_c, t_j 'den farklı olduğu için, $v_{izo}(s_i|t_j)$ ile $v_{izo}(s_i|t_c)$ karşılaştırılır, ve eğer izometri maliyeti azalıyorsa (s_i, t_j) yerini (s_i, t_c) 'ye bırakır.

5. Sonuçlar

Önerdiğimiz eşleme yöntemini, gerçek sahnelerden gericiatılmış, *Jumping Man* [10] ve *Dancing Man* [11] olarak adlandırılan, iki ayrı örgü dizisinden aldığımız şekiller üzerinde sınadık. Bu örgü dizileri birörnek ve sabit bağlantırlıklı oldukları için, yöntemimizin başarımını ölçerken gerçek eşleme bilgisini kullanabildik. Yöntemimizi ayrıca daha düşük çözünürlükte ancak yine birörnek olarak verilmiş *Dog-Wolf* şekil ikilisi [1] üzerinde de sınadık.

Eşleme yöntemimizle elde ettiğimiz örnek sonuçlar Şekil 4, 5 ve 6'de görsel olarak verilmektedir. Ayrıca Tablo 1'de hem ortalama hem de düğüme özgü nicel başarım sonuçlarını sunuyoruz. İzometriden ortalama sapma, izometri maliyeti D_{izo} (Eq. 1) ile ölçülürken, düğümsel izometrik sapma v_{izo} (Eq. 2) ile hesaplanır. Bunun yanında, ortalama ve düğümsel eşleme hataları D_g ve v_g , gerçek (ground-truth) (s_i, t_i) eşlemelerinin bilindiği durumlarda sırasıyla şöyle ölçülür:

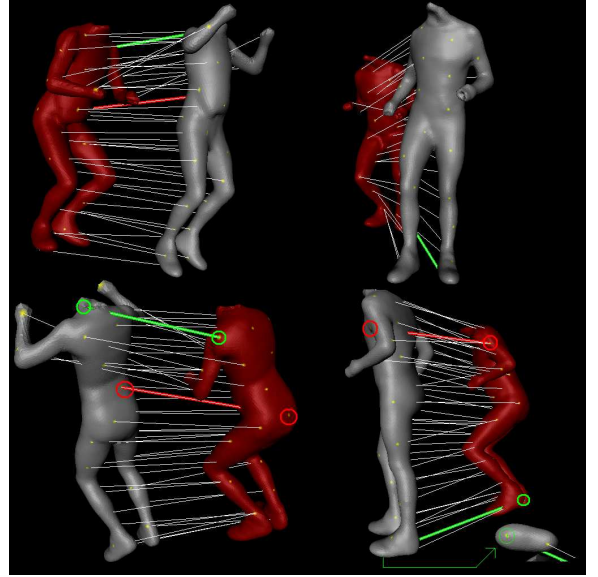
$$D_g = \frac{1}{|\mathcal{S}|} \sum_{i, (s_i, t_j) \in |\mathcal{S}|} d(t_i, t_j) \quad (3)$$

$$v_g(s_i|t_j) = d(t_i, t_j), \text{ where } (s_i, t_j) \in \mathcal{S} \quad (4)$$

İlk eşleme ve fırsatçı eniyileme adımlarında elde edilen D_{izo}, v_{izo}, D_g ve v_g değerleri Tablo 1'de sunulmuştur.

Fırsatçı eniyilemenin her durumda eşleme başarımını önemli ölçüde iyileştirdiği gözlenmektedir. Düğüm bazlı ölçümler, yalnızca en kötü durumlar için verilirken ki bu değerler v_{izo}^* ve v_g^* ile gösterilmektedir, ortalama değerler örgü dizilerinden seçilen on farklı çift üzerinden hesaplanmıştır. Yorumlamayı kolaylaştırmak için tüm ölçümler yama yarıçapı r 'nin katı olarak verilmiştir. Spektral uzayın boyutu her durumda $K = 6$ olarak seçilmiş, eşleştirilen taban düğüm sayısı ise yüzey alanına bağlı ve otomatik olarak 50 civarında bulunmuştur.

Eşleme yöntemimiz, hesap yükü bakımından, kesel ilginlik matrisini oluşturma algoritmasının karmaşıklığı olan $O(|S|V_s l_g V_s)$ ile domine edilmekte ve oldukça hızlı çalışmaktadır. 2GB 2.1GHz çift çekirdekli bir dizüstü bilgisayardaki koşma süreleri özgün örgülerdeki düğüm sayısı V_s 'ye bağlı olarak, *Jumping Man* ($V_s = 16K$), *Dancing Man* ($V_s = 20K$), *Jumping Man-Dancing Man*, ve *Dog-Wolf* ($V_s = 3.4K$) için sırasıyla ortalama 127, 184, 148, ve 28 saniye olarak ölçülmüştür.



Şekil 4: İki farklı *Jumping Man* çifti (sol ve sağ) için iki farklı açıdan gösterilen eşleme (üst ve alt). Kalın yeşil ve kırmızı çizgiler sırasıyla en kötü gerçek ve izometri maliyetlerine karşılık gelen eşlemeleri gösterirler.

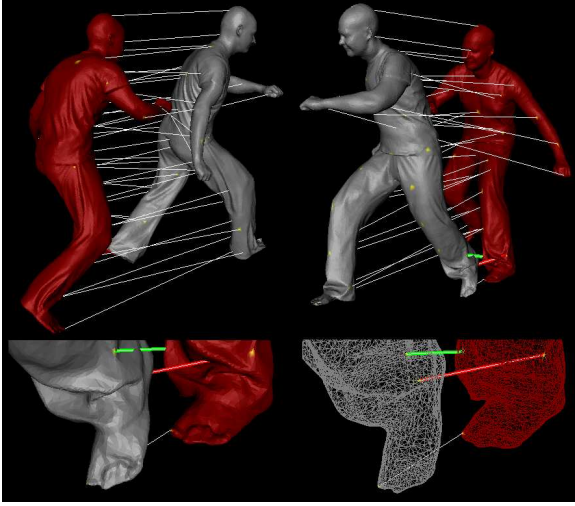
6. Vargılar

3B izometrik şekil eşleme yöntemimiz, tam ya da neredeyse izometrik şekiller üzerinde başarılı sonuçlar üretmektedir. Spektral uzayda en iyi olarak belirlenmiş izometrik bir eşleme, önerdiğimiz fırsatçı eniyileme algoritması sayesinde Öklit uzayında daha da iyileştirilebilmektedir. Bu çalışmada, spektral uzaydaki ilk eşleme için, Hungarian algoritması kullanıldı. Ancak fırsatçı eniyileme algoritmamız aslında literatürdeki herhangi bir izometrik şekil eşleme yönteminin spektral uzayda elde edilen sonucunu iyileştirmek için kullanılabilir.

Bu çalışmada taban düğümleri arasında, başka bir deyişle kaba ölçekte elde ettiğimiz eşlemeyi, gelecek çalışmalarımızda

Örgü dizisi	İlk eşleme		Fırsatçı eniyileme	
	D_g, v_g^*	D_{izo}, v_{izo}^*	D_g, v_g^*	D_{izo}, v_{izo}^*
<i>Jumping Man</i>	0.556r, 2.452r	0.458r, 0.813r	0.488r, 2.162r	0.346r, 0.533r
<i>Dancing Man</i>	0.567r, 7.485r	0.490r, 2.788r	0.322r, 1.227r	0.394r, 1.538r
<i>Jumping Man - Dancing Man</i>	-	0.580r, 1.548r	-	0.420r, 0.850r

Tablo 1: Eşleme başarımının sayısal değerleri. v^* en kötü eşlemeyi temsil eder. En büyük kesel uzaklıkla düzelenmiş yama yarıçapı r her durum için yaklaşık 0.1 olarak seçilmiştir.

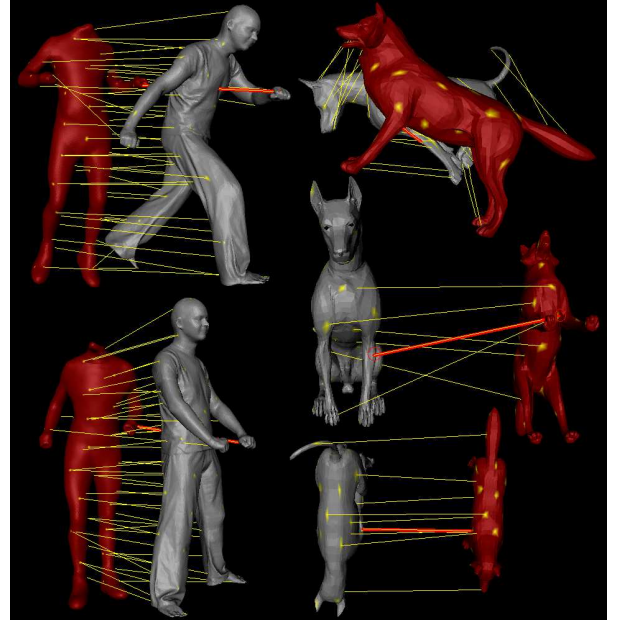


Şekil 5: Bir *Dancing Man* çifti için iki farklı bakışta verilen eşlemeler (sol ve sağ). Yakınlaştırılmış ayak üzerinde verilen görüntüler (alt) en kötü eşlemelerin daha iyi görülmesini sağlar.

özgün örgü modellerinin tüm düğümleri arasında yoğun bir eşlemeyi bulmak üzere genişletmeyi planlıyoruz. Yoğun eşleme işleminin, yüzey yama bilgisi sayesinde dayanıklı ve hızlı olarak yapılabileceğini düşünüyoruz. Ayrıca yüzey yamalarının içindeki belirgin noktalardan yararlanarak genel eşleme başarımının daha da iyileştirilmesi mümkün görünmektedir. Bir diğer amacımız ise kısmi olarak izometrik şekiller arasındaki eşleme probleminin üstesinden gelebilmektir.

7. Kaynakça

- [1] A. M. Bronstein, M. M. Bronstein and R. Kimmel, "Efficient computation of isometry-invariant distances between surfaces", *SIAM J. Scientific Computing*, vol. 28(5), pp. 1812–1836, 2006.
- [2] A. Elad and R. Kimmel, "On Bending Invariant Signatures for Surfaces," *PAMI*, vol. 25, pp. 1285–1295, 2003.
- [3] M. Ovsjanikov, J. Sun and L. Guibas, "Global intrinsic symmetries of shapes," *Computer Graphics Forum*, vol. 27(5), pp. 1341–1348, 2007.
- [4] V. Jain and H. Zhang, "Robust 3D Shape Correspondence in the Spectral Domain," *Shape Modeling and Applications (SMI)*, pp. 118–129, 2006.
- [5] M. Carcassoni and E. Hancock, "Spectral Correspondence



Şekil 6: *Jumping Man-Dancing Man* (sol) ve *Dog-Wolf* (sağ) çiftleri için hesaplanan eşlemeler. Kalın kırmızı çizgiler en kötü izometri maliyetli eşlemelerdir. *Dog-Wolf* çifti için izometri hataları $(D_{izo}, v_{izo}^*) = 0.438r, 0.848r$ olarak ölçülmüştür.

for Point Pattern Matching," *Pattern Recognition*, vol. 36, pp. 193–204, 2003.

- [6] Y. Lipman and T. Funkhouser, "Mobius Voting for Surface Correspondence," *SIGGRAPH*, vol. 28(3), 2009.
- [7] M. R. Ruggeri, G. Patane, M. Spagnuolo and D. Saupe, "Spectral-Driven Isometry-Invariant Matching of 3D Shapes," *Int. J. Computer Vision*, forthcoming.
- [8] M. Hilaga, Y. Shinagawa, T. Kohmura and T. Kunii, "Topology Matching for Fully Automatic Similarity Estimation of 3D Shapes," *SIGGRAPH*, pp. 203–212, 2001.
- [9] C. H. Papadimitriou and K. Steiglitz, "Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity," Prentice-Hall, 1982.
- [10] P. Sand, L. McMillan and J. Popovic, "Continuous capture of skin deformation", *Int. Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 578–586, 2003.
- [11] E. de Aguiar, C. Stoll, C. Theobalt, N. Ahmed, H. P. Seidel and S. Thrun, "Performance Capture from Sparse Multi-view Video", *SIGGRAPH*, pp. 1–10, 2008.